

IL MODELLO DI THOMSON

Il modello atomico di Thomson

Lo scattering X e altre evidenze sperimentali ricavate fino al 1910, come quelle ottenute dall'effetto fotoelettrico, permisero a Thomson di formulare un modello ipotetico per l'atomo, che si impose su quelli diffusi in letteratura.

Questo modello, spesso banalizzato col termine "modello a panettone", introduce alcune ipotesi cruciali anche per la modellazione successiva, che possono così essere riassunte:

- L'atomo è generalmente neutro
- La carica positiva in esso contenuta è in modulo pari a quella negativa
- La carica positiva è distribuita in modo omogeneo nell'atomo
- Le cariche negative - gli elettroni - sono particelle minuscole, localizzate, immerse nell'atomo positivo
- Gli elettroni possono muoversi liberamente nell'atomo.

Nello spazio l'atomo occupa una regione sferica il cui raggio è dell'ordine di 10^{-10} m. Questo può essere ricavato dalla densità dell'elemento e dal suo peso atomico, sfruttando il numero di Avogadro [Fig. 1].

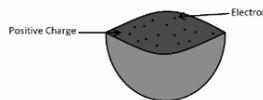


Fig. 1: schematizzazione di una sezione dell'atomo di Thomson

Il moto degli elettroni e l'emissione di radiazione

Per quel che riguarda il moto degli elettroni Thomson ipotizzò che nello stato fondamentale dell'atomo occupano una posizione fissata di equilibrio. Quando l'atomo è in uno stato eccitato dovuto per esempio all'alta temperatura, gli elettroni vibrano attorno a una posizione di equilibrio.

In accordo con le equazioni di Maxwell, una carica e immersa in una sfera di densità di carica positiva ρ oscilla di moto armonico. Se l'elettrone è posto a una distanza a dal centro della sfera, la forza F che essa subisce è infatti:

$$F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4}{3}\pi a^3 \rho \right) \frac{e}{a^2} = -\frac{\rho e a}{3\epsilon_0}$$

detto $k = \frac{\rho e}{3\epsilon_0}$, si ha che l'espressione forza F è data da $F = -ka$, opposta al vettore posizione dell'elettrone e quindi di richiamo e di intensità proporzionale alla posizione, ciò che rende armonico il moto dell'elettrone.

In questo modo Thomson poteva giustificare l'emissione di spettri da parte degli atomi: la frequenza della radiazione emessa corrisponde a quella di vibrazione dell'elettrone nell'atomo, che emette energia sotto forma di un campo elettromagnetico in quanto carica accelerata.

Nel caso particolare dell'atomo di idrogeno la carica dell'elettrone è bilanciata dalla carica diffusa del

protone e costituisce un oscillatore armonico. Ipotizzando che il raggio r dell'atomo di idrogeno sia pari a 1×10^{-10} m, si ha che la densità di carica positiva ρ vale:

$$\rho = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

a cui è associata la frequenza di oscillazione $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho e}{3m\epsilon_0}} = 2.5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$, corrispondente a una lunghezza d'onda λ pari a $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{2.5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}} = 1200 \text{ \AA}$. Questo risultato fornisce la frequenza di una radiazione ultravioletta. Per altri atomi la frequenza della radiazione emessa è diversa e variabile con la loro diversa dimensione. È immediato osservare che il risultato ottenuto per l'idrogeno confligge con la natura dello spettro di emissione, che non presenta la sola riga UV ricavata, ma uno spettro che, seppur discreto, contiene un elevato numero di righe osservate in diverse bande dello spettro elettromagnetico.

Nonostante l'incongruenza tra la descrizione teorica delle cariche oscillanti e i risultati sperimentali ottenuti dall'analisi degli spettri di emissione, a Thomson va riconosciuto il primato di aver in qualche modo ricondotto agli elettroni la causa della natura degli spettri.

L'esperimento di Rutheford-Geiger-Marsden

Uno degli studenti più brillanti di Thomson, Ernest Rutheford (1871-1937), investigò più in profondità la materia, tramite l'esperimento che porta il suo nome e che restituì informazioni sulla struttura fine dell'atomo. Sostenuto dagli assistenti Geiger e Marsden, nel 1909 Rutheford elaborò questo setup sperimentale. Un fascio di particelle α emesse da decadimenti di nuclei radioattivi e doppiamente ionizzate viene collimato e diretto contro una lamina d'oro, che viene quasi completamente attraversata dal fascio. Una frazione ridotta viene deviata dalla traiettoria iniziale, dato che le interazioni del fascio con il reticolo metallico sono scarse. I nuclei di elio che interagiscono con il metallo vengono deviati e rilasciano una traccia su uno schermo ricoperto da solfuri di zinco (ZnS) [Fig. 2].

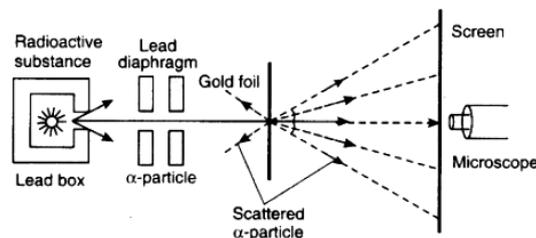


Fig. 2: schematizzazione dell'esperimento di Rutheford

Le tracce rilasciate sullo schermo possono essere conteggiate tramite un microscopio in funzione dell'angolo di deviazione. Ciò che si evidenzia è che la maggior parte delle particelle α non subisce nessuna deviazione dalla traiettoria iniziale, mentre alcune vengono deviate e altre retrodiffuse [Fig. 3].

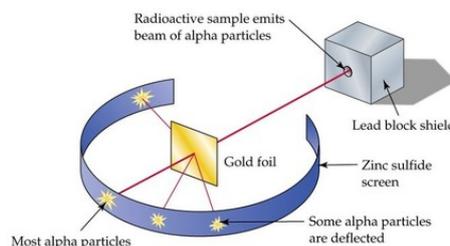


Fig. 3: la maggior parte delle particelle del fascio non subiscono deviazioni, alcune vengono deviate, altre retrodiffuse

Questi risultati permettono di trarre diverse conclusioni sulla composizione microscopica della materia.

Vantaggi e limiti del modello di Thomson

Il fatto che molte particelle del fascio non vengano deviate comporta che per queste non ci sia interazione con gli atomi del reticolo metallico e che quindi lo spazio vuoto tra un atomo e l'altro della lastra non è trascurabile, anzi occupa una porzione significativa.

Le particelle che vengono deviate sono quelle che, avvicinandosi agli atomi del reticolo, subiscono un'interazione coulombiana. Si mostra facilmente che il modello di Thomson risulta inadeguato all'interpretazione di queste deflessioni [Fig. 4].

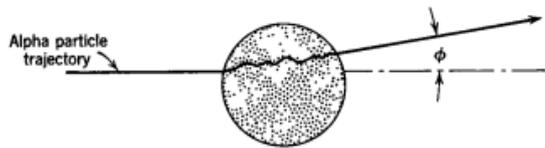


Fig. 4: rappresentazione dell'esito di un'interazione di una particella α con un atomo di Thomson

Nell'ipotesi che i nuclei di elio siano deviate dagli elettroni di massa molto inferiore presenti nell'atomo, gli angoli di scattering in un eventuale urto elastico sarebbero minimi e non confrontabili con quelli misurati sperimentalmente. Qualora si ipotizzasse che la deviazione delle particelle α sia invece dovuta all'interazione coulombiana con la carica positiva, si otterrebbero anche in questo caso valori molto ridotti per gli angoli di scattering, dato che la carica positiva nell'atomo di Thomson è diffusa su un volume sferico avente un raggio dell'ordine di 10^{-10} m.

Si possono dare valutazioni quantitative degli angoli di scattering, ipotizzando una semplice modellazione del problema e utilizzando il modello di Thomson. Sia N il numero di atomi con cui una singola particella α interagisce attraversando la lamina in un esperimento di Rutherford. Si può valutare la deviazione angolare θ subita da una particella α rispetto alla sua traiettoria iniziale e dovuta a una singola interazione con un atomo del reticolo di numero atomico Z . L'angolo θ indotto da una sfera uniformemente carica di raggio r è legato alla variazione relativa di impulso $F\Delta t$ dalla relazione:

$$\sin\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{F\Delta t}{p}$$

dove $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$ è la forza determinata dalla interazione coulombiana, e $\Delta t = \frac{2r}{v}$ è il tempo di interazione della particella α in moto a velocità v con l'atomo [Fig. 5].

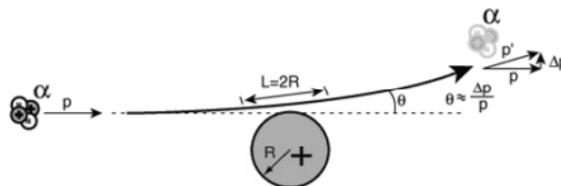


Fig. 5: cinematica dell'interazione tra particelle α , con impulso p , e un atomo di Thomson

Si ottiene quindi:

$$\sin\theta = \frac{F\Delta t}{p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2} \frac{2r}{v} \frac{1}{mv} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{rK} \quad (1)$$

dove K è l'energia cinetica della particella α . Per un valore dell'energia cinetica pari a $K = 4.87 \cdot 10^6$ eV in un esperimento con bersaglio costituito da una targhetta d'oro ($Z = 89$, $r = 174$ pm), dalla relazione (1) si ottiene per θ un valore pari a $\theta = 3.4 \cdot 10^{-4}$ rad.

Questo risultato può essere confrontato con una valutazione sperimentale. Se con θ si indica la deviazione angolare subita dalla particella α dopo una singola interazione con un atomo e con Θ la deviazione totale dopo le interazioni con N atomi, allora la deviazione totale quadratica media $(\overline{\Theta^2})^{1/2}$ del fascio sarà data da [1]:

$$(\overline{\Theta^2})^{1/2} = \sqrt{N}(\overline{\theta^2})^{1/2} \quad (2)$$

dove $(\overline{\theta^2})^{1/2}$ misura la deviazione quadratica media dovuta a una singola interazione e \sqrt{N} tiene conto della casualità della deflessione, in accordo con la distribuzione casuale degli eventi.

Se in un esperimento di Geiger-Marsden lo spessore della lamina d'oro è di 1 μm e l'angolo medio di scattering vale $(\overline{\Theta^2})^{1/2} \approx 1^\circ \approx 2 \cdot 10^{-2}$ rad, si può determinare dalla relazione (2) il valore dell'angolo θ e confrontarlo con quello precedentemente ricavato da considerazioni di tipo meccanico. Il numero N di atomi contenuti nella lamina è dato dal rapporto tra lo spessore della lamina e il diametro atomico:

$$N = \frac{10^{-6}\text{m}}{10^{-10}\text{m}} = 10^4$$

che sostituito nell'equazione (2) fornisce il risultato richiesto:

$$(\overline{\theta^2})^{1/2} = \frac{(\overline{\Theta^2})^{1/2}}{\sqrt{N}} = \frac{2 \cdot 10^{-2}\text{rad}}{10^2} = 2 \cdot 10^{-4}\text{rad}$$

in buon accordo con la valutazione precedente ottenuta per via teorica.

Il modello di Thomson si rivela quindi capace di fornire un'adeguata descrizione dell'esperimento di Rutherford-Geiger-Mandsen almeno per piccoli angoli. L'inadeguatezza del modello si rivela per angoli grandi, come mostrano le considerazioni successive.

Per un numero I di particelle α che attraversano la lamina, il numero $N(\Theta)d\Theta$ di quelle deviate tra l'angolo Θ e $\Theta + d\Theta$ distribuito normalmente è pari a [2]:

$$N(\Theta)d\Theta = \frac{2I\Theta}{\overline{\theta^2}} e^{-\frac{\Theta^2}{\overline{\theta^2}}} d\Theta \quad (3)$$

È infatti possibile calcolare la frazione $\frac{N(\Theta \geq 90^\circ)}{I}$ di particelle deviate ad angoli superiori a 90° . Sfruttando la relazione (3) e considerando che il valore medio della deviazione angolare $(\overline{\theta^2})^{1/2}$ è di circa 1° , per tale valore si ottiene:

$$\frac{N(\Theta \geq 90^\circ)}{I} = \frac{\int_{90^\circ}^{180^\circ} N(\Theta) d\Theta}{I} = \frac{\int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{2I\Theta}{\Theta^2} e^{-\frac{\Theta^2}{\Theta^2}} d\Theta}{I} = -e^{-180^2} + e^{-90^2} \approx 10^{-3500}$$

Tale valore è in forte disaccordo coi dati sperimentali. Si osserva infatti che le particelle α retrodiffuse ad angoli compresi tra 90° e 180° sono una frazione del totale di quelle che attraversano la lamina pari a 10^{-4} , valore piccolo ma comunque di 3496 ordini superiore a quello previsto dal modello di Thomson.

Si può infine concludere che il modello di Thomson presenta diversi vantaggi che possono così essere riassunti:

- L'atomo è costituito da cariche positive e negative
- In accordo con l'esperimento di Thomson, le cariche negative, gli elettroni, sono localizzati e distribuiti in una zona sferica omogenea di carica positiva
- Il moto degli elettroni attorno alla posizione di equilibrio è armonico e comporta l'emissione di radiazione ultravioletta. Questo comportamento è in disaccordo con i dati degli spettri di emissione, ma resta il fatto che l'emissione della radiazione è attribuita al moto degli elettroni
- Lo studio analitico della distribuzione angolare delle particelle α emesse in un esperimento di Geiger-Marsden permette di dimostrare che per piccoli angoli c'è completo accordo tra le previsioni del modello di Thomson e i dati sperimentali, mentre il modello si rivela inadeguato nella descrizione delle deflessioni per grandi angoli, superiori a 90° .

Bibliografia

- [1] J. J. Thomson, "On scattering of Rapidly Moving Electrified Particles", *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 15, 465, 1910
- [2] H. Geiger, "The scattering of α -particles by Matter", *Proc. Roy. Soc., London* 83°, 492, 1910